

Dans toute cette partie, les résultats des calculs demandés doivent être accompagnés d'explication, le barème en tiendra compte.

EXERCICE 1

Soient $A = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$ et $B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$.

1. Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Calculer et écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs, b étant un nombre positif le plus petit possible.

EXERCICE 2

On considère l'expression $C = (2x - 1)^2 + (2x - 1)(x + 5)$.

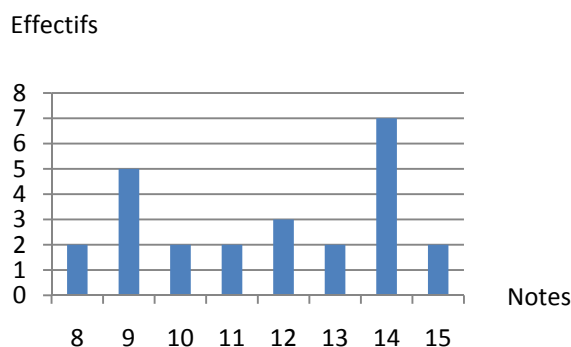
1. Développer et réduire l'expression C .
2. Factoriser l'expression C .
3. Résoudre l'équation $(2x - 1)(3x + 4) = 0$.

EXERCICE 3

1. Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.
2. Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352.
3. Rendre irréductible la fraction $\frac{682}{352}$ en indiquant clairement la méthode utilisée.

EXERCICE 4

Le diagramme en barres ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de troisième.



1. Combien y'a-t-il d'élèves dans cette classe.
2. Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle ?
3. Quelle est la note médiane ?
4. Quelle est l'étendue de cette série de notes ?

Cette correction est rédigée bien plus que nécessaire et fait ressortir les propriétés utilisées. Elle a pour principal but d'être comprise facilement par l'étudiant. Dans une copie, il suffira de faire ressortir les étapes du calcul.

EXERCICE 1

Soient $A = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$ et $B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$.

1. Simplifions d'abord A :

$$A = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{2 \times 2} = \frac{9}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{11}{2}$$

On a ensuite :

$$A = \frac{9}{5} - \frac{11}{10}$$

et en réduisant les deux fractions au même dénominateur :

$$A = \frac{18}{10} - \frac{11}{10}$$

soit :

$$A = \frac{7}{10}$$

2. Ecrivons B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs, b étant un nombre positif le plus petit possible.

$$B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$$

On remarque que $27 = 9 \times 3 = 3^2 \times 3$ et $75 = 25 \times 3 = 5^2 \times 3$. On a donc :

$$B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3^2 \times 3} + \sqrt{5^2 \times 3}$$

Puis, comme, si a et b sont nombres positifs alors $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$, on a :

$$B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3^2}\sqrt{3} + \sqrt{5^2}\sqrt{3}$$

$$B = 5\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$

D'où :

$$B = -2\sqrt{3}$$

On a donc bien écrit B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers relatifs, b étant un nombre positif le plus petit possible, avec $a = -2$ et $b = 3$.

EXERCICE 2

On considère l'expression $C = (2x - 1)^2 + (2x - 1)(x + 5)$.

1. Développons puis réduisons C .

Pour développer $(2x - 1)^2$, on utilise l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. On a alors :

$$C = (4x^2 - 4x + 1) + (2x^2 + 10x - x - 5)$$

d'où

$$\boxed{C = 6x^2 + 5x - 4}$$

2. Factorisons l'expression C .

On a :

$$C = (2x - 1)^2 + (2x - 1)(x + 5) = (2x - 1)(2x - 1) + (2x - 1)(x + 5)$$

Mettons $(2x - 1)$ en facteur, en utilisant la **formule de la distributivité** $ab + ac = a(b + c)$:

$$C = (2x - 1)[(2x - 1) + (x + 5)]$$

d'où :

$$\boxed{C = (2x - 1)(3x + 4)}$$

3. Résolvons l'équation $(2x - 1)(3x + 4) = 0$.

On utilise la propriété : « **un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul** ».

On a donc

$$2x - 1 = 0 \text{ ou } 3x + 4 = 0$$

soit

$$2x = 1 \text{ ou } 3x = -4$$

soit

$$x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{4}{3}$$

On conclut donc : les solutions de l'équation sont $\frac{1}{2}$ et $-\frac{4}{3}$.

EXERCICE 3

1. Les nombres 682 et 352 sont divisibles par 2.

Par conséquent, 682 et 352 ne sont pas premiers entre eux.

2. Calculons le PGCD de 682 et 352.

On applique l'**algorithme d'EUCLIDE**.

$$682 = 1 \times 352 + 330$$

$$352 = 1 \times 330 + 22$$

$$330 = 15 \times 22 + 0$$

Le PGCD étant le **dernier reste non nul**, c'est 22.

Le PGCD de 682 et 352 est 22.

3. Rendons irréductible la fraction $\frac{682}{352}$.

On a :

$$682 = 31 \times 22$$

et

$$352 = 16 \times 22$$

D'où :

$$\frac{682}{352} = \frac{31 \times 22}{16 \times 22} = \frac{31}{16}$$

$$\boxed{\frac{682}{352} = \frac{31}{16}}$$

EXERCICE 4

1. Le nombre N des élèves de cette classe est :

$$N = 2 + 5 + 2 + 2 + 3 + 2 + 7 + 2$$

soit

$$\boxed{N = 25}$$

2. La note moyenne m de la classe à ce contrôle est :

$$m = \frac{2 \times 8 + 5 \times 9 + 2 \times 10 + 2 \times 11 + 3 \times 12 + 2 \times 13 + 7 \times 14 + 2 \times 15}{25}$$

$$m = \frac{293}{25}$$

Donc

$$\boxed{m = 11,72}$$

3. Notons N la note médiane de cette série de notes.

Par définition, **la médiane est la valeur qui partage la série statistique, rangée par ordre croissant ou décroissant, en deux parties de même effectif.**

Dans le cas de la série étudiée, nous constatons que 11 élèves ont obtenu une note inférieure à 12 et que 11 élèves ont obtenu une note supérieure à 12. D'où :

$$\boxed{M = 12}$$

4. Déterminons l'étendue e de cette série de notes ?

Par définition, **l'étendue est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série statistique.**

Ici :

$$e = 15 - 8$$

D'où :

$$\boxed{e = 7}$$