

Cours de thermodynamique

Pression d'un gaz parfait

1 Définition de la pression d'un gaz

Définition 1.1 Pression d'un gaz

Lorsqu'un gaz est contenu dans un récipient, les nombreuses **collisions des molécules du gaz avec les parois du récipient** entraînent l'apparition d'une **force résultante** sur chaque élément de surface des parois.

La force par unité de surface est appelée *pression p* du gaz.

Expérience 1.2 Mesure de la pression moyenne \bar{p} d'un gaz

La pression moyenne \bar{p} exercée par le gaz sur les parois peut être mesurée aisément à l'aide d'un manomètre (FIGURE 1.1).

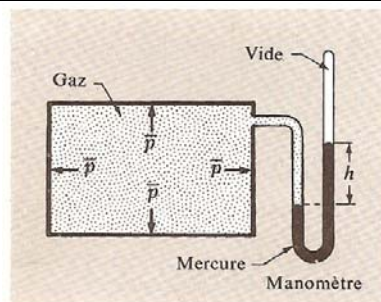


FIGURE 1.1 Mesure de la pression moyenne \bar{p} à l'aide d'un manomètre constitué d'un tube en **U** rempli de mercure.

Pour assurer l'équilibre mécanique, les niveaux de mercure se stabilisent de telle façon que le poids par unité de surface de la colonne de mercure de hauteur h , soit égal à la pression exercée par le gaz.

2 Calcul approché de la pression exercée par un gaz parfait

Formule 2.1 Pression d'un gaz parfait

La pression moyenne \bar{p} exercée par un gaz parfait sur les parois du récipient qui le contient est égale à

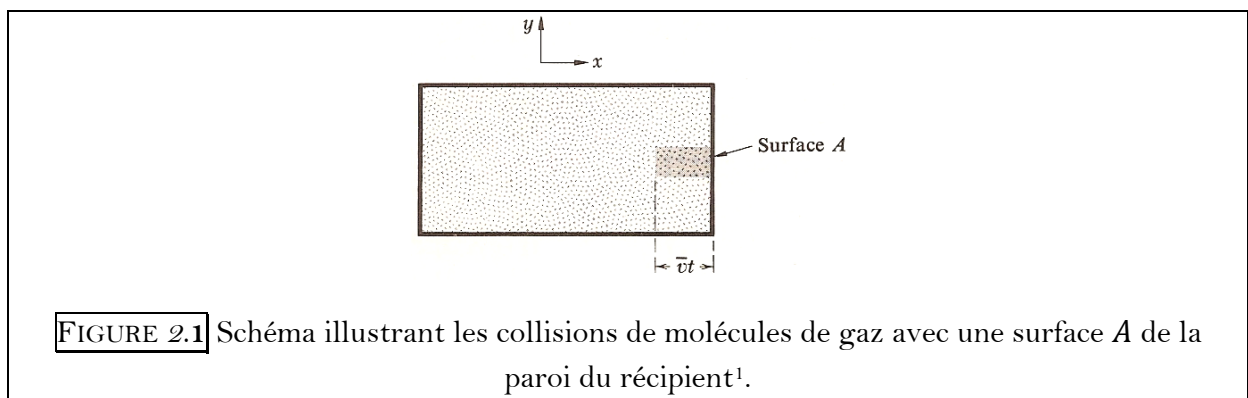
$$\bar{p} \approx \frac{1}{3} n^* m \bar{v}^2$$

où

- n^* est le nombre de molécules par unité volume,
- m est la masse d'une molécule,
- \bar{v} la vitesse moyenne d'une molécule.

Preuve 2.2 Détermination de la pression d'un gaz parfait

Considérons un gaz parfait de N molécules, ayant chacun une masse m . Supposons le gaz en équilibre, contenu dans une boîte parallélépipédique de volume V , et dont les faces sont supposées parallèles à un repère cartésien x, y, z (FIGURE 2.1).



Le nombre de molécules par unité de volume sera désigné par $n^* = \frac{N}{V}$.

Intéressons-nous à une des parois de la boîte, par exemple, la paroi droite perpendiculaire à l'axe des x . Cherchons d'abord le nombre de molécules venant frapper une surface A de cette paroi pendant un certain intervalle de temps t .

¹ Sur le schéma, l'axe des z est perpendiculaire à la page.

Les molécules n'ont pas toutes la même vitesse à un instant donné, mais puisque nous cherchons seulement un résultat approximatif, nous pouvons simplifier le problème en imaginant que toutes les molécules sont animées de la même vitesse moyenne \bar{v} .

Cependant, les molécules se déplacent dans tous les sens, si bien qu'en moyenne, un tiers d'entre-elles se déplacent sensiblement parallèlement à l'axe des x (soit $\frac{1}{3}n^*$ molécules par unité de volume), un tiers parallèlement à l'axe des y , et un tiers parallèlement à l'axe des z .

Parmi ces $\frac{1}{3}n^*$ molécules par unité de volume se déplaçant sensiblement parallèlement à l'axe des x , la moitié (soit $\frac{1}{6}n^*$ molécules par unité de volume) se déplace dans la direction des x positifs vers l'élément de surface A , tandis que l'autre moitié se déplace dans le sens des x négatifs, dans la direction opposée à la surface A .

Chaque molécule ayant une vitesse dirigée sensiblement dans la direction des x positifs, parcourt pendant le petit intervalle de temps t , une distance $\bar{v}t$ dans la direction des x positifs.

Si une telle molécule est située à une distance $\bar{v}t$ de la surface A de la paroi, elle frappera cette surface à l'instant t . Mais si elle se trouve à une distance supérieure à $\bar{v}t$ de la surface A de la paroi, elle n'aura pas le temps d'atteindre cette surface.

L'intervalle de temps t peut être choisi arbitrairement petit, beaucoup plus petit que le temps moyen s'écoulant entre deux collisions des molécules entre elles². Par conséquent, les collisions d'une molécule donnée, avec d'autres molécules, sont très peu probables pendant le temps t et peuvent être négligées.

Le nombre de molécules qui frappent la surface A pendant le temps t , est simplement égal au **nombre moyen de molécules dont la vitesse est sensiblement dirigée dans la direction des x positifs et qui sont contenues dans un cylindre de base A et de longueur $\bar{v}t$** . C'est donc le produit du nombre moyen de molécules par unité de volume qui ont leurs vitesses sensiblement dirigées dans la direction des x positifs, $\frac{1}{6}n^*$, par le volume $A\bar{v}t$ du cylindre, soit

$$\left(\frac{1}{6}n^*\right)(A\bar{v}t)$$

En divisant ce résultat par la surface A et le temps t , nous obtenons une expression approchée pour \mathcal{F}_0 , le nombre moyen de molécules frappant la paroi par unité de surface et par unité de temps, appelé *densité de flux moléculaire*. On a donc

$$\boxed{\mathcal{F}_0 \approx \frac{1}{6}n^*\bar{v}}$$

² Ce temps, qui est un temps moyen, caractérise la distance moyenne qu'une molécule parcourt avant d'entrer en collision avec une autre molécule de gaz, qui est appelée le *libre parcours moyen* de la molécule.

Calculons maintenant la force moyenne exercée par les molécules par unité de surface de la paroi. Quant une molécule se déplaçant sensiblement dans la direction des x positifs, frappe la paroi, son énergie cinétique $\frac{1}{2}m\bar{v}^2$ reste inchangée³.

Le module de la quantité de mouvement d'une molécule doit donc, en moyenne, rester également inchangé ; c'est-à-dire qu'une molécule approchant la paroi droite avec une quantité de mouvement $m\bar{v}$ dans la direction des x positifs, aura une quantité de mouvement $-m\bar{v}$ dans cette direction après avoir rebondi sur la paroi. La composante suivant les x positifs de la quantité de mouvement de la molécule change alors d'une quantité

$$-m\bar{v} - m\bar{v} = -2m\bar{v}$$

au cours de la collision.

D'après le principe de la conservation de la quantité de mouvement, la paroi gagne alors, au cours de la collision, une quantité de mouvement $+m\bar{v}$ dans la direction des x positifs.

Mais la force moyenne exercée sur la paroi par les molécules de gaz, est, d'après la deuxième loi de NEWTON, égale au taux de variation de la quantité de mouvement de la paroi, cette variation résultant de la collision des molécules.

La force moyenne exercée par unité de surface sur la paroi (c'est-à-dire la pression moyenne sur la paroi) est alors obtenue simplement par la multiplication de la **quantité de mouvement moyenne $2m\bar{v}$ reçue par la paroi au cours de la collision d'une molécule** par le **nombre moyen de collisions par unité de temps et par unité de surface subies par la paroi**. Soit

$$\bar{p} \approx (2m\bar{v})\mathcal{F}_0 = (2m\bar{v})\left(\frac{1}{6}n^*\bar{v}\right)$$

ou

$$\boxed{\bar{p} \approx \frac{1}{3}n^*m\bar{v}^2}$$

Interprétation physique 2.3

Comme on pouvait s'y attendre, la pression \bar{p} croît si :

- n^* croît, c'est-à-dire s'il y a plus de molécules venant frapper les parois,
- \bar{v} croît de telle façon que les molécules frappent la paroi plus souvent, et cèdent plus de quantité de mouvement à chaque collision.

³ Ceci doit être vrai, au moins en moyenne, puisque le gaz est en équilibre.